

Modèle d'Allocation de Crédit dans les Entreprises de Vente à Tempérament

Novembre 1990
(pdf version October 2000)

Arsène Azon et Magloire Lanha
Faculté des sciences économiques
Université Nationale du Bénin
B.P. 2789
Carré 426 D.U.C. 5
Cotonou
République du Bénin

Abstrait

Pour écouler leurs produits, les entreprises de vente à tempérament ont tendance à ouvrir d'avantage <la vanne du crédit>, mais ce faisant, elles augmentent aussi leurs risques d'impayés. L'objet de l'article est de construire une table de décision (acceptation ou rejet d'une demande de crédit) qui permette de maximiser le bénéfice encaissé de l'entreprise. La méthodologie s'applique à un indice de solvabilité des demandeurs regroupés en deux catégories (risk scoring). Parallèlement, l'offre optimale de crédit est déterminée par catégorie en se basant sur la fonction de récupération du crédit. La connexion de ces deux modules: demande et offre de crédit permet de construire la table de décision et de classer les clients par notoriété.

Abstract

To sell their products, firms often develop direct marketing sales strategies coupled with various credit payment options. In so doing, they increase their default payment risk. This paper constructs a decision table based on acceptance and rejection terms for credit demand which can allow for maximization of the expected profit of the firm. The methodology consists in measuring the solvency of credit demand applicants into two categories. At the same time, the optimal supply of credit is derived by risk category, based on a credit payment function. The relation between the two procedures permits the construction of a decision table and the classification of customers according to credit reputation.

Technical Assistance in the preparation of the current version of this document has been provided by Claudia Mocanu, graduate assistant in the Department of Economics and Finance of the School of Business, Montclair State University.

Introduction

La plupart des entreprises sont conduites à vendre à crédit leurs produits: véhicules, appareils électro-ménagers, biens d'équipement divers. L'objectif commercial de ces unités est de maximiser leurs ventes. Cet objectif, dit commercial, est facilité par la vente à crédit. Mais ce faisant, elles encourent des risques d'insolvabilité. A l'objectif commercial s'ajoute alors un objectif financier qui consiste à recouvrer les créances issues de ces ventes. L'objectif économique est un mixage optimal de la politique commerciale et de la politique financière. Il consiste en une double optimisation: maximisation de vente et simultanément, minimisation des risques d'insolvabilité. En d'autres termes, l'objectif économique consiste à maximiser le bénéfice encaissé de la firme. Pour ce faire l'on cherchera à expliciter la demande de crédit. Parallèlement l'on déterminera l'offre optimale de crédit au sens de l'objectif économique. Enfin, l'équilibre offre de crédit et demande de crédit amènera à construire une table de décision ou règle d'octroi de crédit.

I- Le Risk Scoring

Il s'agit de mesurer le risque inhérent à toute demande d'achat à tempérament, ce qui revient à en estimer la solvabilité. La clientèle des entreprises est très variée: mais d'une façon globale, on peut la différencier en deux classes compte tenu de la nature des renseignements à analyser.¹ On distinguera ainsi: a. les personnes physiques non commerçantes (P.P.N.C.); b. et les personnes morales ou commerçantes (P.M.O.C.)

1- Le modèle "Personne Physique Non Commerçante" (P.P.N.C.)

Le modèle P. P. N. C. s'appliquera essentiellement aux salariés; il pourra s'étendre aux petits artisans, aux personnes physiques exerçant une profession libérale avec un ou deux employés.

1.a- La détermination du "degré de confiance"

Le "facteur de confiance" mesure, à partir d'éléments essentiellement qualitatifs, la fiabilité du client. Il s'agira de concevoir une gamme synthétique de renseignements significatifs, véritables indicateurs de risque. L'analyse de pertinence permettra d'associer à chaque modalité de renseignement, une valeur de confiance ou "score". Le tableau 1 ci-après indique de façon pratique comment peut se présenter une table de crédit scoring. Le barème y sont donnés à titre d'exemple et son sujet à révision dans l'espace des firmes et dans le temps.

¹ Chaque entreprise constituera, en ce qui la concerne, la partition appropriée et la structure de sa clientèle.

Le facteur de confiance F_j ou score du postulant j est somme algébrique de toutes les valeurs de confiance P_{ij} qui sont affectées.

$$F_j = \sum_{i=1}^I P_{ij} \text{ ou } I \text{ est le nombre de renseignements retenus.}$$

Le degré de fiabilité de l'individu j sera mesuré par:

$$f_j = \frac{F_j}{\max_{i=1}^I B_i} = \frac{\sum_{i=1}^I P_{ij}}{\max_{i=1}^I B_i}$$

$$f_j = \frac{\text{Total Obtenu par } j}{\text{Total Maximum Possible}}$$

b- La prise en compte du revenu et des chargés du postulant

Le degré f_j ne tient compte que de critères de fiabilité. Pour déterminer la solvabilité du client, il faudrait multiplier le degré de fiabilité (f_j) par la part (M_j) du revenu (R_j) qui peut être consacrée à l'amortissement de la dette.

En posant h : le facteur charge relative de l'individu, il vient

$$\mu = 1-h$$

Tableau 1
Crédit Scoring, modèle P.P.N.C.

Type de renseignement	Modalités	Barème Bi	Score Pi
1	Profession		P1
	1. Chômeur	0	
	2. Artisan	2	
	3. Salarié	3	
	4. libéral ou petit employeur	4	
2	Logement		P2
	1. Locataire	1	
	2. Propriétaire		
	- Sans bornes	1	
	- Avec bornes	2	
	- Titre foncier	3	
3	Situation Matrimoniale		P3
	1. Divorcé ou séparé	1	1
	2. Célibataire ou veuf	2	
	3. Marié	3	
(I-1)	Bonifications		PI-1
	1. Abonné téléphone	1	1
	2. Bonnes références bancaires	1	
	3. Bon payeur antérieur	2	
I	Réductions		Pi
	1. Dette en cours	-2	1
	2. Autorités politiques . (Pays Sous-développés)	-2	0
	3. Incident antérieur de paiement	-3	
-	Somme	////////	n

En première approximation, h_j peut être considéré comme inversement proportionnel au nombre x_j de personnes à la charge du postulant j .

Les personnes à charge n'ayant pas le même niveau de besoin, on pourrait, en tenant compte de l'âge, considérer que les premières unités de charges sont plus fortes que les suivantes. En d'autres termes, les unités marginales de charges sont décroissantes. La fonction $h(x)$ pourra ainsi être formalisée:

$$S_1 : h = h(x)$$

$$S_2 : dh/dx > 0 \quad (\text{charge totale croissante})$$

$$d^2h$$

$$S_3 : \frac{d^2h}{dx^2} < 0 \quad (\text{charge marginale décroissante})$$

$$S_4 : \lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 1 \quad (\text{la part est au plus égale à l'unité})$$

$$S_5 : \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 0 \quad (\text{si personne à charge, alors part nulle})$$

Les spécifications s_1 à s_5 méritent dans le cas présent quelques restrictions supplémentaires.

$$S_6 : x \quad (\text{Nombre de personnes})$$

$S_7 : x \geq 1$ (le postulant est considéré comme étant nécessairement une unité de charge pour lui-même)

Ces spécifications étant faites, il suffit d'identifier une fonction simple que satisfait ces conditions et d'analyser la validité des résultats compte tenu de la nature du produit vendu, des conditions socio-économiques de l'environnement de la firme.

Un ajustement possible est donné par :

$$h(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$$

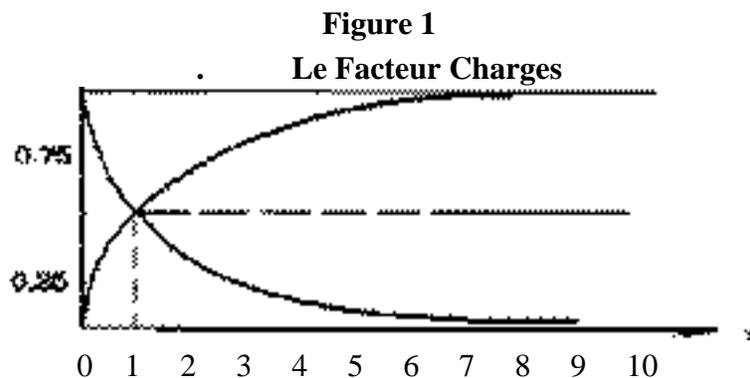
$$\mu(x) = 1 - h(x) = \frac{1}{1+x}$$

Puisque x est entier on peut construire la table de $h(x)$ et $\mu(x)$ pour $x= 1$ à 10.

$\mu(x)$ pour $x= 1$ à 10.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h(x)$	0	0,50	0,67	0,75	0,80	0,83	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91
$\mu(x)$	1	0,50	0,33	0,25	0,20	0,17	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09

L'allure de h et μ est donnée par le graphe suivant qui met en exergue la symétrie des deux fonctions par rapport à la base $x = 1$.



Cet ajustement considère que le "célibataire sans enfant" peut consacrer 50 pourcent de son revenu à l'amortissement de la dette tandis que celui qui a 9 personnes en plus de lui-même en charge ne pourra y consacrer que 9 pourcent. Une valeur-type est $x = 4$: le père, la mère et les deux enfants. Un tel ménage consacra 20 pourcent du revenu à l'amortissement du prix du produit. Le couple avec un enfant pourra y consacrer 25 pourcent. Si ces résultats sont conformes à l'environnement de la firme, l'ajustement sera accepté: sinon il faudra itérer le processus d'identification jusqu'à obtenir une table acceptable.

Si R_j est le revenu (periodique) du postulant j , son revenu disponible sera donc:

$$R_{dj} = u_j \cdot R_j.$$

c- La prise en compte de l'encours sollicité

En posant

P : le prix du bien

n_j : le nombre de biens sollicités

w : la part du prix à verser immédiatement, l'encours sollicité devient

$$E_j = n_j (1-w) p$$

Si le remboursement a lieu en k périodes de revenu, l'encours périodique du postulant j sera :

$$E_{pj} = \frac{n_j(1-w)p}{k}$$

En conclusion, le facteur de solvabilité de l'individu sera:²

$$S_j = \frac{g_j \cdot Rd_j}{E_{pj}}$$

$$\text{Sous forme développée: } S_j = \frac{\prod_{i=1}^I P_{ij}}{\max_{i=1}^I (B_i)} \cdot \frac{R_j}{1 + x_j} \cdot \frac{k}{nj(1-w)^p}$$

2- Le modèle «personne morale or Commerçante» (P.H.O.C.)

Le modèle P.M.O.C. s'appliquera essentiellement aux commerçants, qu'ils soient individuels ou constitués en société. Il pourra s'étendre aux personnes morales non commerçantes telles que les coopératives, les associations, etc...

a- Le ratio Scoring

Il s'agit de faire une analyse synthétique des divers ratios de structure financière et d'exploitation du demandeur, afin de déterminer son degré de solvabilité.³ A chaque ratio, l'analyse de pertinence permette d'associer une valeur-type déterminée à partir des conditions moyennes d'exploitation dans la tranche du postulant. En se référant à cette valeur, on construira la table de confiance. A partir de la valeur calculée du ratio pour le postulant, on déduira de la table le score Pi.

Tableau 2
Ratio Scoring, Modèle P.M.O.C.

Dénomination du ratio	Valeur type	Table de confiance		Ratio calculé	Score Pi
		Ratio Intervalle	Valeur de confiance Bi		
R ₁ : Libellé	v(1,t)	a,b b c c d		r ₁ =v(1,c)	
R ₂ : Libellé	v(2,t)			r ₂ v(2,c)	
R _M	v (M, t)				
Somme					

² En principe, le revenu disponible Rdj doit être supérieur à l'encours périodique Ej, soit [(Edj)/(Epj)] 1. Or, le degré de fiabilité tend vers l'unité par valeurs inférieures, i.e., fj tend vers l'unité. Par conséquent, si l'excédent de Rdj sur Epj compense le manque à gagner du degré de fiabilité, Sj sera dans le voisinage de 1. Sj = 1 sera donc considéré comme une valeur peut-être pas nécessaire, mais suffisante dans une analyse sommaire.

³ Ratios de structure, de trésorerie et de rentabilité sont les trois principales catégories concernées ici.

Le score global de la firme j est

$$F_j = \frac{\sum_{i=1}^M P_{ij}}{M}, \text{ où } M \text{ est le nombre de ratio retenus pour l'analyse financière.}$$

Le degré de fiabilité du score du postulant j s'exprime par

$$f_j = \frac{F_j}{\max_{i=1}^M (B_i)} = \frac{\sum_{i=1}^M P_i}{\max_{i=1}^M (B_i)}$$

b- L'incidence des facteurs qualitatifs

Il s'agit ici de tenir compte de renseignements importants tels que la forme juridique du demandeur, l'existence d'hypothèque ou de gage.

Tableau 3
Pondération Qualitative, Modèle P M.O.C.

Type d'information	Table de Pondération		Etat de la firme (Cochez)	Poids Q _{ij}
	Modalités	Barème Q _i		
Forme	Association, Coopératives Personne Physique Commercante			
Juridique	Autres Personnes Morales .Société de personnes .SARL .Société de capitaux .Institutions financières		0 0	Q _{lj}
Garantie	Actif gagé à t% (t/100)	1-		
Produit				Q _{lj}

Le facteur de pondération qualitative sera:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^L Q_{ij}$$

où Q_{ij} est le poids obtenu par le demandeur j quant à l'information i ($i = 1, 2, \dots, L$)

$$0 \leq Q_i \leq 1.$$

Q_i ne prendra la valeur zéro que dans des cas exceptionnels. Exemple: société en faillite ou en liquidation. La valeur zéro signifie que le crédit est automatiquement refusé.

Le "postulant idéal" aurait $Q_i = 1$ quel que soit i et par conséquent $Q_1 = 1$. Par contre, pour la majorité des demandeurs, on aura $0 < Q_1 < 1$

c- La prise en compte de la surface financière du demandeur

Le facteur de pondération quantitative devra tenir compte d'un élément de stock (ou richesse acquise) et d'un élément de flux (ou richesse en voie acquisition). L'élément de stock peut être représenté par les capitaux propres tandis que l'élément de flux peut-être approximé par le chiffre d'affaires moyen réalisé sur les k périodes de remboursement.

KP : Capitaux propres

CAK: Chiffre d'affaires moyen sur k périodes.

Mais il peut paraître plus intéressant de remplacer les capitaux propres par le Fonds de Roulement Propre qui a l'avantage d'être liquide et de pouvoir entier dans le cycle de remboursement.

FRp: Fonds de Roulement Propre

Enfin, il peut être souhaitable pour certains types de produits de tenir compte du Fonds de Roulement Net plutôt que du Fonds de Roulement Propre

FRn: Fonds de Roulement Net

Le chiffre d'affaires doit être corrigé par un paramètre m , variable suivant le type d'entreprise Le chiffre d'affaires étant destiné à payer les fournisseurs en priorité, une première approximation de m peut être donnée par le taux de marque.

Une analyse plus intéressante consisterait à poser

$$m = s - z \quad \text{avec } s > z$$

où s = ratio crédit fournisseur, et z = ratio crédit client.

Dans cette perspective, m désigne la marge de manoeuvre de l'entreprise qui finance le crédit à sa clientèle par son propre crédit fournisseur, hypothèse dans laquelle m est positif.

Le facteur quantitatif sera:

$$Qt_1 = \sqrt{FRp \cdot mCA}, \quad \text{où } m = \text{taux de marque}$$

ou

$$Qt_2 = FRn + (s-z) CA$$

d- La prise en compte de l'encours sollicité

L'encours sollicité est par le demandeur j est

$E_j = nj(1-w)p$, fractionné en k remboursements

$$Ep_j = \frac{nj(1-w)p}{k}$$

En conclusion, le facteur de solvabilité du demandeur sera 1 notée

$$S_j = f_j \cdot Q1_j \cdot Qt_j \cdot \frac{1}{Ep_j}$$

II- l'Optimum du crédit

Il convient maintenant de déterminer, du point de vue de la firme, l'offre de crédit qui maximise son bénéfice réel et d'en déduire une table de décision concernant les demandes de crédit.

1- Détermination de l'offre optimale de crédit

Quelques hypothèses sont nécessaires en vue de la détermination de l'offre optimale de crédit.

a- Hypothèse sur le taux de bénéfice net

L'optimum de crédit déterminé par le modèle est toujours réalisable. Le modèle est soumis au banquier qui l'étudie. Un consensus sera établi entre la firme et son banquier. Celui-ci a ainsi l'avantage de refinancer un "crédit sain" et bénéficiaire ainsi de l'étude de risque de son propre client. La firme peut alors se refinancer auprès de son banquier à un taux i , supposons constant quel que soit le volume c de crédit

$$\frac{dB}{dc} = k,$$
$$\frac{d^2B}{dc^2} = \frac{dk}{dc} = 0$$

Le taux de bénéfice net t est alors

$$t = k - i$$

$$\frac{dt}{dc} = \frac{dk}{dc} = -\frac{di}{dc} = 0,$$

et $0 < t < 1$

b- Hypothèse sur la récupération du crédit

Le ratio de récupération peut être défini par :

$$= \frac{\text{Valeur des effets échus et encaissés au cours de la période}}{\text{Valeur des effets échus au cours de la période}}$$

S'il n'y a pas d'incident de paiement ce ratio sera égal à l'unité. Par conséquent, l'expression $(1-R)$ donne le taux d'impayé.

En postulant que les demandes de crédit sont satisfaites par solvabilité décroissante, r devient une fonction non croissante de la masse de crédit.

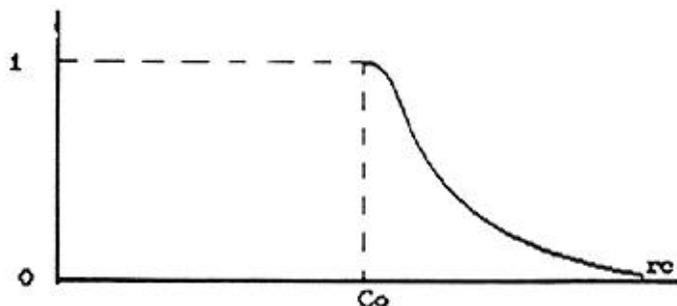
$$r = r(c)$$

$$\frac{dr}{dc} < 0,$$

$$0 < r < 1$$

Le taux de récupération r reste égal à l'unité pour les "tous premiers crédit", c'est-à-dire Les crédits octroyés aux valeurs de j les plus élevés (clients de notoriété).

Figure 2
La récupération du crédit



c- L'offre Optimale de crédit

L'offre optimale de crédit est la valeur c telle que le gain marginal en terme de bénéfice net soit juste compensé par la perte financière due aux impayés.

$$c/t = 1 - r(c) \quad (1)$$

Tant que $t > 1 - r(c)$, l'entreprise réalise un gain encaissé supplémentaire (gain marginal positif)

$$t - [1 - r(c)] > 0$$

La formule (1) n'est rien d'autre que l'équation d'équilibre d'un programme de maximisation du bénéfice encaissé. $w = tc - (1 - r)c$

$$= tc - (1-r)c$$

A l'équilibre: $\frac{d}{dc} = 0$

$$t - (1-r) = 0$$

$$t = 1 - r$$

$$dc t - (1 - r) = 0$$

La condition de second ordre $\frac{d^2}{dc^2}$ est donnée par le postulat logique selon lequel les crédits sont octroyés par solvabilité décroissante:

Démonstration

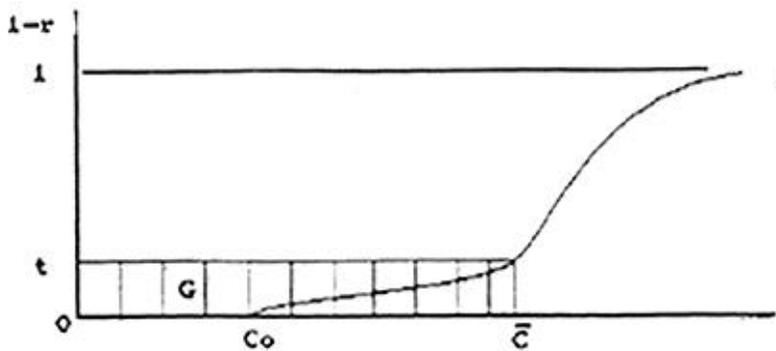
$$\frac{d^2}{dc^2} = \frac{d[t - (1-r)]}{dc} = \frac{dt}{dc} + \frac{dr}{dc}$$

or $\frac{dt}{dc} = 0$ (cf. hypothèse sur le taux de bénéfice net).

d'où: $\frac{d^2}{dc^2} = \frac{dr}{dc} < 0$ (cf. hypothèse sur la récupération du crédit).

Résolution graphique

Fig.3
L'optimum de crédit



Le gain réel sur les ventes à crédit est mesurée par l'aire

$$G = \int_0^{\bar{c}} [t - (1-r)] dc$$

Le graphique fait apparaître l'aire P de la "perte financière optimale" qui s'étend sur l'intervalle c C où le bénéfice net marginal demeure supérieure à la perte financière supplémentaire.

$$P = \int_0^{\bar{c}} [1 - r(c)]dc \text{ (perte nécessaire)}$$

2- La connection offre-demande de crédit

Connaissant la masse optimale de crédit, il faudra maintenant l'appliquer aux demandes. Or celles-ci sont hétérogènes du point de vue du crédit scoring.

a- L'hétérogénéité de la clientèle

L'étude de risque n'a été possible qu'en scindant la clientèle en catégories homogènes. Le problème est de savoir comment répartir le crédit entre plusieurs types de score S_j . Dans notre exemple, les deux types de facteurs de solvabilité n'étant pas comparables, il n'est pas logique de chercher coûte-que-coûte à les harmoniser. Par contre, on peut différencier facilement l'offre de crédit.

On déterminera une offre optimale par catégorie de client. Cette approche se justifie par le fait que $r = r(c)$ ou taux de récupération se comporte de façon différente pour les P.P.N.C. et les P.M.O.C. Cette différenciation est en outre facilitée par l'hypothèse de libre accès au refinancement. Par conséquent, la table de décision sera construite par type de clientèle.

b- Table de décision

Le postulat d'après lequel les crédits sont accordés par solvabilité décroissante se traduit par

$$c = c(S_j)$$

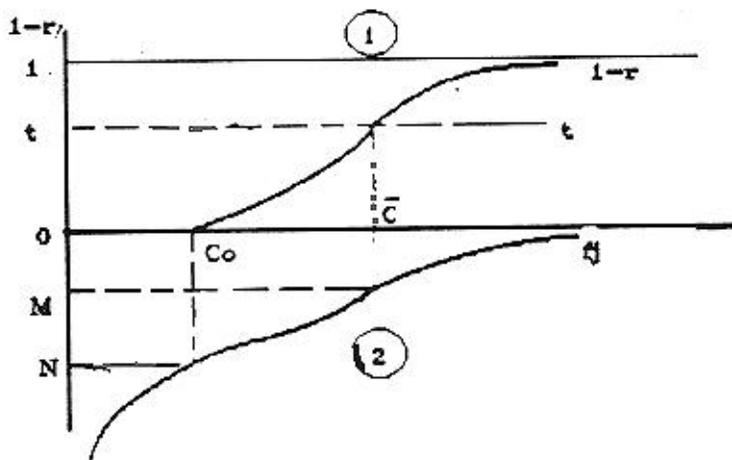
avec $\frac{dc}{ds_j} < 0$

et $\lim_{S_j \rightarrow 0^+} c = +\infty$ soit la demande de crédit est très forte lorsque le niveau de solvabilité est très faible

$\lim_{S_j \rightarrow +\infty} c = 0$ soit la demande de crédit est très faible lorsque le niveau de solvabilité est très élevé.

Dans la figure 4, le premier cadran résume les conditions d'optimalité de l'offre de crédit. Le deuxième cadran (où l'axe OS_j a été orienté vers le bas) traduit les conditions d'acceptabilité de la demande.

Figure 4
Résolution graphique du modèle intégré



L'encadrement du modèle intégré est le suivant

1- da $t = 1 - r(c)$ on déduit dans le cadran 1, l'offre optimale c .

2- en projetant verticalement C sur la courbe S_j , puis horizontalement sur l'axe OS_j , on obtient la valeur critique d'indice de solvabilité M .

La table de décision sera alors:

- Si $S_j < M$: rejet de la demande
- Si $S_j \geq M$: Acceptation de la demande

En introduisant dans l'analyse la valeur C , on peut faire la classification ci-après:

Classification des clients	S_j : indice de solvabilité	Décision
Client à haut risque	$(0 \quad M[$	Rejet de la demande
Client à risque modéré	$[M \quad N[$	Acceptation
Client de notoriété	$(N \quad +0[$	Acceptation d'office

Conclusion

Le modèle permet de mesurer le risque inhérent à toute demande et d'en déduire si elle sera acceptée ou rejetée. Il a l'avantage de ne pas considérer une offre de crédit exogène, ce qui nécessiterait un ajustement de sous-équilibre. Cette hypothèse de crédit endogène est réalisable si le banquier apprécie la logique du modèle et accepte les hypothèses sous-jacente. Le banquier aussi profitant de l'étude de risque faite par l'entreprise est sûr de refinancer un crédit sain.

Bibliographie

- Abraham C. et Thomas A.(1970). *Microéconomie: décisions optimales dans l'entreprise et dans la Nation*. Paris: Dunod.
- Benayoun, R. (1974). *La pratique de l'optimisation dans l'entreprise*, Paris: PUF.
- Chevillon, H. (1985). "Comment faire rentrer l'argent ?", *L'entreprise* , N°5 , Octobre 1985.
- Faure, R. (1979). *Précis de recherche opérationnelle*, Paris: Dunod..
- Giard, M. (1969):. "La gestion du crédit-client", *Direction et Gestion*, N°1 , Janvier-Février 1969.
- Lesourne, J. (1972). *Le calcul économique :théorie et application*, Paris: Dunod.
- Malinvaud, E. (1969). *Méthodes statistiques de l'économie*, Paris: Dunod.
- Malinvaud, E. (1975). *Leçons de théorie microéconomique*, Paris: Dunod.
- Mothes, J . (1962). *Prévisions et décisions statistiques dans l'entreprise*, Paris: Dunod.
- Perroux, F. (1947). *Le capitalisme national, Actualité Economique et Financière*.