

Dimension fractale et propriétés d'invariance d'échelle des pluies de trente minutes à Noumane, Nord-Bénin

Médard Noukpo AGBAZO ^{1*}, Éric ALAMOU ², Gabin KOTO N'GOBI ³, Basile KOUNOUHÉWA ³, Aristide AKPO ³ et Abel AFOUDA ²

¹ *Chaire Internationale en Physique Mathématique et Applications (CIPMA-Chair Unesco, UAC), Bénin*

² *Laboratoire Appliquée d'Hydrologie (LHA), BP 526 UAC, Bénin*

³ *Laboratoire de Physique de Rayonnement (LPR), BP 526 UAC, Bénin*

* Correspondance, courriel : medardnoukpoagbazo@gmail.com

Résumé

Ce travail porte sur l'occurrence des pluies de l'Observatoire Hydrométéorologique de la Haute vallée de l'Ouémé (OHHVO) à Noumane. La méthode de comptage de boîtes utilisant un seuil de détection d'intensité de pluie est appliquée à la série temporelle de 30 minutes de 2005. Les résultats montrent l'existence de deux structures d'autosimilarité : la première est située entre 30 minutes et 8 heures, caractéristique de la micro-échelle, a une dimension fractale $D_f = 0.4647$ déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9873$; la deuxième est située entre 2 jours 16 heures et 85 jours 8 heures correspond à l'échelle synoptique, a une dimension fractale $D_f = 0.8340$ déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9963$. La valeur probablement surestimée de la dimension fractale au niveau de la deuxième structure pourrait être imputable à la présence de la saturation de l'espace disponible par la pluie (dimension fractale égale à 1) pour les intervalles de temps supérieur ou égale à 85 jours 8 heures. La longueur de la période de saturation pourrait être due à la longue période qui délimite la saison sèche (5 mois) sur le site d'étude. Entre les deux structures d'autosimilarité, un régime de transition correspondant à la méso-échelle située entre 8 heures et 2 jours 16 heures est obtenu avec une dimension fractale de $D_f = 0.4$ déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9848$. L'augmentation du seuil de détection d'intensité de pluie montre que le processus pluie ne peut être complètement décrit par une seule dimension fractale. Ainsi une hiérarchie de fractals lui confère un caractère multifractal. Cette augmentation permet de filtrer la structure frontale afin de garder seulement la structure convective. La distribution de probabilité des précipitations extrêmes de la station présente une chute hyperbolique caractéristique d'une divergence des moments. La fonction d'invariance d'échelle $K(q)$ estimée par la méthode de Trace Moment (TM) est principalement convexe, significatif que la série temporelle de pluies étudiée est multifractale. Néanmoins, cette fonction exhibe un comportement linéaire compatible avec la divergence des moments attendus. La valeur du paramètre désignant l'indice de multifractalité de Levy du processus de pluie α estimée vérifie l'inégalité : $0 < \alpha < 1$, donc le processus de pluie à Noumane au Nord-Bénin appartient à la classe d'universalité qui correspond au processus log-Lévy avec des singularités de bords fort. La valeur du paramètre de codimension de C_1 est faible ($0 < C_1 < 0.62$), ce qui signifie que la variabilité du processus n'est pas très localisée.

Mots-clés : *comptage de boîtes, invariance d'échelle, pluies, dimension fractale, Bénin, structure frontale et convective.*

Abstract

Fractal dimension and scale invariance properties of thirty minutes rainfall to Noumane (North Benin)

This work extends along the rainfall occurrence of Hydro-meteorological Observatory of the High Valley of Oueme (OHHVO) to Noumane. The box counting method using a rain intensity detection threshold is applied to the time series from 30 minutes in 2005. The results show the existence of two self-similarity structures: the first is between 30 minutes and 8 hours, characteristic of the micro-scale, has a fractal dimension $D_f = 0.4647$ determined with a coefficient of determination $R^2 = 0.9873$; the second is between 2 days 16 hours and 85 days 8 hours corresponds to the synoptic scale, has a fractal dimension $D_f = 0.8340$ determined with a coefficient of determination $R^2 = 0.9963$. Probably overestimated the value of the fractal dimension at the second structure may be due to the presence of saturation of available space by rain (fractal dimension equal to 1) for the time intervals greater than or equal to 85 days 8 hours. The length of the saturation period could be due to the long period that marks the dry season (5 months) at the study site. Between the two structures of self-similarity, a transitional regime corresponding to the meso-scale between 8h and 2 days 16h is obtained with a fractal dimension of $D_f = 0.4$ determined with a coefficient of determination $R^2 = 0.9848$. The increase in rain intensity detection threshold shows that the rain process can be completely described by a single fractal dimension. Thus a fractal hierarchy confers him a multifractal character. This increase allows filtering the frontal structure in order to keep only the convective structure. The probability distribution of Noumane extreme precipitation shows a hyperbolic tails characteristic of divergence moments. The scale invariance function $K(q)$ estimated by the method Trace Moment (TM) is substantially convex, significant that the time series is studied rains multifractal. The values of the parameters α and C_1 obtained by the method of Trace moment reveals firstly that the rain process Noumane in North Benin belongs to the universality class that corresponds to the log-Lévy process with strong edges of singularities and secondly that the variability of the process is not highly localized.

Keywords : *boxes counting, scale invariance, rainfall, fractal dimension, Benin, frontal and convective structure.*

1. Introduction

La pluie est un processus qui montre généralement une grande variabilité spatio-temporelle. Cette variabilité est contrôlée par l'intermittence (occurrence, non-occurrence). Dans le cas des séries temporelles de pluie, le support de pluie est un ensemble disjoint de période de pluie dispersé sur l'axe de temps. Selon [1, 2], ce support peut être considéré comme un objet fractal et est caractérisé par un nombre non entier appelée dimension fractale. Cette dimension est interprétée comme le degré d'irrégularité suivant lequel le support est distribué. Il existe diverses méthodes d'estimation de la dimension fractale. La méthode la plus fréquemment utilisée est celle de comptage de boîte. Les premiers résultats empiriques [3, 4] établi dans un cadre mono-fractal stipulent l'existence des propriétés d'invariance d'échelle des pluies. En particulier, [5, 6] ont montré l'existence de beaucoup de régimes de pluies, chacun d'eux caractérisé par l'invariance d'échelle. Ainsi, le postulat monofractal a été prolongé en modèle multifractal [7]. Selon [8], une étude approfondie de la dimension fractale du support de pluie et du régime d'invariance d'échelle est considéré comme un préambule indispensable de l'analyse multifractale et donc de l'estimation des courbes Intensité-Durée-Fréquence.

Ces courbes Intensité-Durée-Fréquence (IDF) constituent un outil hydrologique utilisé par les ingénieurs pour modéliser les égoûts pluviaux, rétention, caniveau, les bassins de retenu, et d'autres structures de gestion des systèmes d'eau pluviale. Au Bénin, dans certaines régions, les propriétés des régimes d'invariance d'échelle et dimension fractale des champs de pluies ne sont pas encore étudiées ni de façon sommaire ni de façon approfondie. A cet état de la recherche au Bénin sur l'analyse fractale des pluies, les nouvelles méthodes d'estimation des courbes (IDF) développées par : [9-11] et basée sur les propriétés d'invariance d'échelle des pluies ne pourront pas encore être utilisées. Or il a été démontré par [12-16] que cette nouvelle technique d'estimation des courbes (IDF) présente des avantages que la méthode traditionnelle [17] utilisée jusqu'à présent au Bénin. Ce travail vise à étudier de façon approfondie les propriétés fractales du processus de pluies à la station de Noumane. A cet effet, ce papier a pour objectif :

- D'investiguer sur l'occurrence de pluie en étudiant la dimension fractale du support de pluie;
- de présenter les propriétés d'invariance d'échelle temporelle des pluies à la station de Noumane au Nord-Bénin.

Le papier est organisé comme suit: La section prochaine présentera en détail les sites d'étude, les données utilisées et la méthodologie utilisée dans cette étude. La section 3 présente l'analyse du support de pluie. Les conclusions sont données dans la dernière section.

2. Matériel et méthodes

2-1. Données de pluie

Les données de pluie au pas de temps de 30 minutes sont utilisées. Elles proviennent du site de Noumane dans le réseau AMMA (Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine). L'Observatoire Hydrométéorologique de la Haute vallée de l'Ouémé, encore appelé site AMMA-CATCH dans lequel est situé Noumane Bénin recouvre la partie supérieure de l'Ouémé sur une superficie d'environ 15000Km². Il est situé au centre-Ouest du Bénin et est délimité par la latitude 9°N et 10°N d'une part et la longitude 1.5°E et 3°E d'autre part. Noumane est situé dans une région de transition entre le régime humide du Sud et le régime désertique du Nord. C'est une zone de climat de type soudanien caractérisé par une seule saison des pluies (mi-mars à fin octobre). Le cœur de la saison des pluies se trouve entre juillet et Août [18] avec une pluviométrie moyenne interannuelle d'environ 1200 mm. La station de Noumane est située à la latitude 9.781°N et la longitude de 1.700°E et d'altitude 440 m par rapport au niveau de la mer. La **Figure 1** présente la localisation de la station de Noumane dans l'OHHVO et de l'OHHVO dans le Bénin.

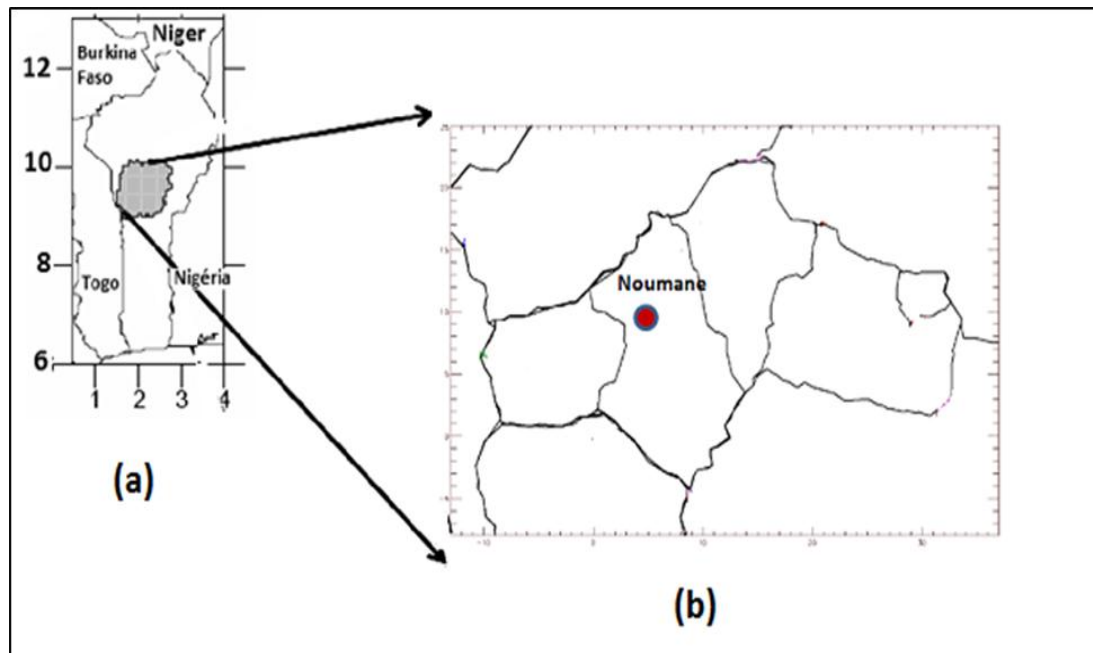


Figure 1 : Site d'étude : (a) situation de l'OHHVO au Bénin, (b) localisation de Noumane dans l'OHHVO

2-2. Méthode de comptage de boîtes

Nous avons caractérisé la structure des pluies par la dimension fractale de son occurrence. La dimension fractale de l'occurrence des pluies de 30 minutes a été calculée par la méthode de comptage de boîtes comme dans [19-22]. La totalité des observations temporelle de longueur T est divisée en n intervalles adjacents de longueur λ , avec λ pris comme des puissances successives de 2 ($\lambda = 2^0 ; 2^1 ; 2^2 ; 2^3 ; 2^4 ; \dots ; 2^{14}$) et $T = n \cdot \lambda$. Le nombre total d'intervalles de temps $N(\lambda)$ considéré, représentent des intervalles de temps pendant lesquels on a au moins une occurrence de pluie. Ces intervalles de temps (ou boîtes) sont bien évidemment inscrits dans un espace à une seule dimension, qui est celle du temps. Le nombre d'intervalle de temps occupé $N(\lambda)$ est déterminé en fonction de la taille des intervalles de temps de longueur λ :

$$N(\lambda) = \lambda^{-D_f} \Rightarrow \log N(\lambda) = -D_f \log(\lambda) + k \quad (1)$$

Où D_f est définie comme la dimension fractale du processus et K une constante. Avec

$$\lambda \rightarrow T; N(\lambda) \rightarrow 1 \text{ et } \lim_{\lambda \rightarrow T} N(\lambda) = n = \frac{T}{\lambda}$$

Le coefficient directeur de la droite obtenue lorsqu'on construit la représentation en diagramme logarithmique du nombre d'intervalle de temps $N(\lambda)$ obtenu en fonction de la taille des intervalles de temps de longueur λ donne l'opposé de la valeur de la dimension fractale. [5, 6] ont proposé deux méthodes de comptage de boîtes : la première prend comme seuil de détection de pluie la valeur zéro (on considère l'intégralité de la structure de pluie), la deuxième méthode analyse de l'occurrence des pluies pour différentes valeurs du seuil d'intensité.

2-3. Détermination de l'ordre critique de divergence des moments q_D

Le paramètre q_D est déterminé à partir de l'analyse de la distribution de probabilité comme dans [23-25]. Pour déterminer q_D les quantités de pluie X sont classées dans l'ordre croissant et la probabilité empirique de dépassement d'une valeur X_i est calculée en utilisant la **Formule** de Weibull :

$$P_r(X < X_i) = 1 - \frac{i}{n+1} \quad (2)$$

Où i est le rang assigné à la quantité de pluie X_i et n est le nombre total d'observation.

L'équation proposée par [26] (**Equation 3**) et généralement utilisée dans la bibliographie est utilisée pour ajuster la queue de la fonction empirique de distribution de probabilité afin de déterminer q_D :

$$P_r(X < X_i) \sim \frac{1}{X^{q_D}} \left[1 - \left(\frac{X}{M} \right)^{q_D} \right] \quad (3)$$

Avec M le maximum de X observé et q_D le moment critique. L'ordre de divergence critique des moments q_D est déterminé par la chute algébrique de la loi de probabilité. La pente de la queue de distribution de probabilité permet d'estimer la valeur q_D .

2-4. Détermination de la valeur de l'indice de multifractalité de Levy α , du paramètre de codimension C_1 et de la fonction d'échelle des moments $K(q)$ de la série

La valeur de l'indice de multifractalité de Lévy α et l'intervalle d'invariance échelle sont estimés à partir de la méthode de TM (Trace Moment - en anglais) développée par [20]. Cette méthode relie la fonction d'échelle des moments $K(q)$ au moment d'ordre q du champ de pluies (ε_λ) à différentes échelles de résolutions λ (**Equation 4**):

$$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \approx \lambda^{K(q)} \quad (4)$$

$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle$ désigne le moment statistique d'ordre q et $K(q)$ caractérise l'invariance d'échelle.

On a calculé les moments d'ordre q pour les valeurs q allant de 0.1 à 3.5 avec un pas de 0.1. Pour chaque q , on estime une valeur de $K(q)$ et puis on trace le graphique de $K(q)$ en fonction de q , sur ce graphique, les deux paramètres α et C_1 sont calculés par les deux premières dérivées de $K(q)$ à $q = 1$.

$$\alpha = \left(\frac{\frac{d^2 K(q)}{d^2 q}}{\frac{dK(q)}{dq}} \right)_{q=1} \quad (5)$$

$$\left(\frac{dK(q)}{dq} \right)_{q=1} \quad (6)$$

3. Résultats et discussion

3-1. Etude de la structure du support de pluie par la méthode de comptage des boîtes

La **Figure 2** présente la représentation des résultats obtenus à la station de Noumane dans un diagramme bi-logarithmique. Les ruptures sont observées sur cette **Figure 2** aux points 5, 8 et 13 auxquelles correspondent quatre pentes identifiées autour des boîtes de tailles 8 heures, 2 jours 16 heures et 85 jours 8 heures. Le premier régime (la première zone linéaire passant par les points 1 et 5) situé entre 30 mn et 8 h est caractéristique de la méso-échelle. Selon [27, 28], il caractérise la structure intrinsèque des occurrences de pluies. Le régime transitoire (la deuxième zone linéaire passant par les points 5 et 8) situé entre 8 heures et 2 jours 16 heures correspond à la structure des pluies à la méso-échelle et caractérise le système frontal selon [27, 28]. Le second régime (la troisième zone linéaire passant par les points 8 et 13) de situé entre 2 jours 16 heures et 85 jours 8 heures correspond à l'échelle synoptique liée à la circulation générale selon [27, 28]. Le dernier alignement de point de 13 à 15 est caractérisé par une dimension fractale est égale à 1, ce qui indique que pour toute échelle de temps supérieure ou égale à 85 jours 8 heures il pleut tout le temps. Donc tout intervalle de temps \geq à 85 jours 8 heures est pluvieux et cet alignement correspond à la saturation de l'espace disponible par la pluie. Ce dernier alignement de dimension fractale (égale à l'unité) est en accord avec les résultats des travaux de [6] pour les données de pluie collectées à Lund (Suède); [22] obtenus à Ouagadougou (Burkina-Faso). Confirmer aussi par les travaux de [30] pour les données collectées à Palaiseau (France); [31] obtenus à Uccle (Belgique). Et corroborer par les travaux de [32] données collectées à Florence (Italie); [28] obtenus en Tunisie dans un climat semi-aride.

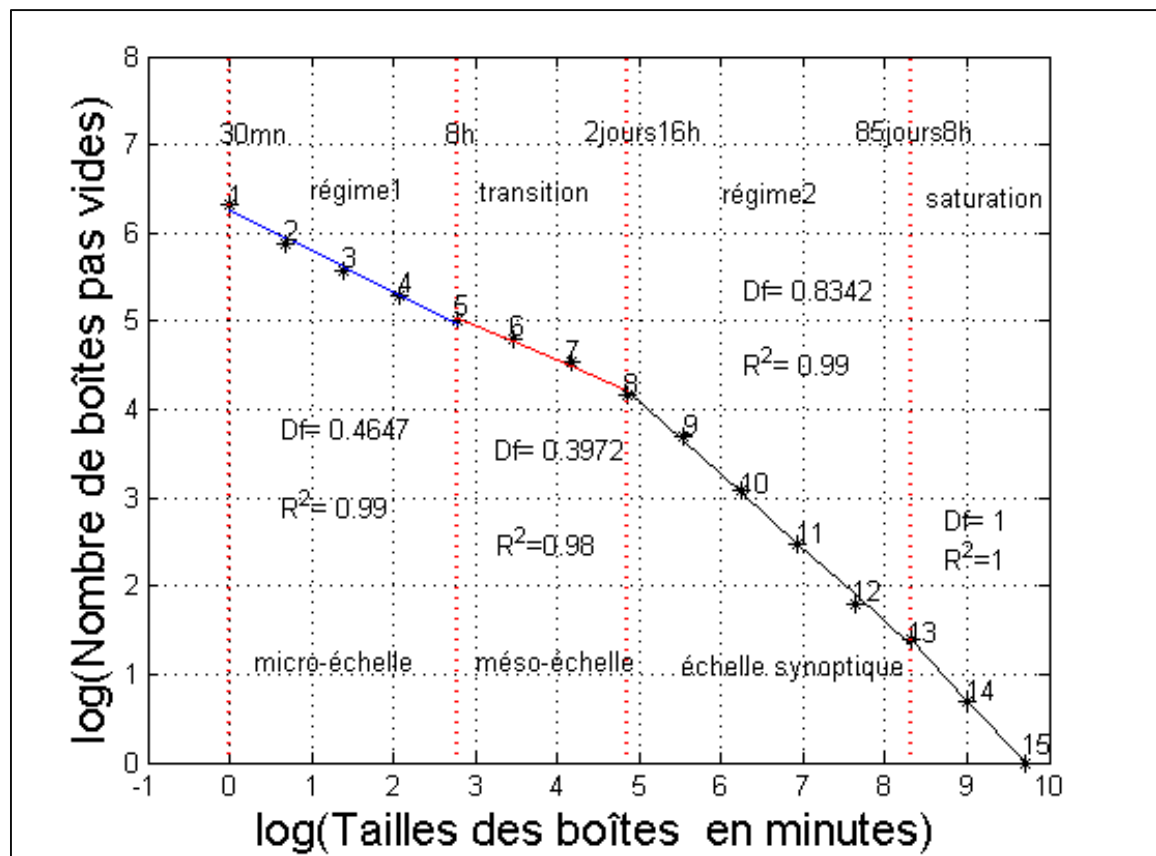


Figure 2 : Comptage de boîtes de la série de pluie à la station de Noumane avec pour seuil d'intensité pris égal à zéro

Toutefois, nous signalons que, le démarrage et la longueur de la période de saturation (dernier alignement de dimension fractale égale à l'unité) que nous avons mis en évidence dans cette région caractérisée par 5 mois de période sèche et de climat de type Nord soudanien n'est pas en accord avec ceux trouvés par ces auteurs. Ce désaccord observé au niveau du démarrage et de la longueur de la période de saturation pourrait être expliqué par le fait que, la longueur de la période de saturation et de son démarrage est directement liée à la longueur de la période sèche et du climat de la région d'étude. Mais aussi très particulièrement lié à la région d'étude. Cette justification avait été déjà formulée par [28] dans son étude sur une série de pluies de 5 minutes dans une région de climat semi-aride et caractérisée par la présence de 4 mois de saison sèche. La dernière justification pourrait être confirmée par l'exemple suivant : dans les climats moins contrastés [31] ont montré que pour le support de la série d'Uccle (Belgique) la saturation est observée sur les périodes supérieures ou égales à 3.5 jours, mais dans ces mêmes climats [6], ont mis en évidence, à partir de données pluviométriques collectées à Lund (Suède) que la saturation est observée sur les périodes supérieures ou égales à 7 jours. Le premier régime d'invariance d'échelle est caractérisé par une dimension fractale $D_f = 0.4647$ déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9873$. L'existence d'une structure d'auto-similarité pour le premier régime avec une dimension fractale donnée est en accord avec les résultats de [33] sur les séries spectro-pluviométriques de Paris (France, climat océanique), de Iowa-city (USA, climat continental) et de Djougou (Bénin, climat tropical avec mousson africaine). Confirmé aussi par ceux de [28] dans son étude sur une série de pluies de 5 minutes dans une région de climat semi-aride (Tunisie).

Toutefois, la valeur de la dimension fractale ($D_f = 0.4647$) du premier régime d'invariance d'échelle que nous avons mis en évidence dans cette étude n'est pas en accord avec ceux trouvés par d'autres auteurs. [31] ont trouvé 0.55 pour la valeur de la dimension fractale du premier régime d'invariance d'échelle pour le support de la série d'Uccle (Belgique). Cette valeur de la dimension fractale du premier régime d'invariance d'échelle a été confirmée par [34] avec une résolution de 10 minutes de Madeira archipelago et corroboré par [33] avec une série de 15 secondes de Palaiseau en France. [32] ont trouvé une dimension fractale de 0.5 pour les séries temporelles de résolution 20 minutes. [22] ont obtenu une dimension fractale égale à 0.22 sur un intervalle d'échelle de 1 heure à 32 heures pour les séries temporelles horaires du Burkina-Faso pour seulement 170 jours. [30] n'ont pas observé ce régime, mais ils ont utilisé seulement 4 mois d'observations (toutes les études précédentes citées ne concernent pas le climat semi-aride). [28] ont trouvé pour les séries de pluies de 5 minutes de la Tunisie dans un climat semi-aride les dimensions fractales qui sont dans l'intervalle 0.43 à 0.44. Ces différences pourraient être attribuées d'une part sur la différence de la structure de pluies en climat nord soudanien et d'autre part sur la différence du seuil de détection de la pluie de l'appareil de mesure utilisée. Sur le deuxième régime, nous obtenons une dimension fractale de 0.8340 déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9963$. Cette dimension fractale est plus grande que celle du premier régime. Sur la zone de transition, nous obtenons une dimension fractale de 0.4 déterminée avec un coefficient de détermination $R^2 = 0.9848$.

3-2. Etude de l'effet des différents seuils d'intensité de pluie sur la dimension fractale

Nous étudions dans cette section, l'évolution des régimes d'invariance d'échelle et de la dimension fractale en changeant plusieurs fois la valeur du seuil de détection de pluie. L'utilisation des données de pluie sans le seuil intègre toutes les structures de pluie sans séparation des pics convectifs de la pluie frontale. Nous constatons qu'en augmentant le seuil d'intensité de pluie, la structure de la pluie et les régimes d'invariances changent. Cependant, en utilisant les seuils de plus en plus grands, nous effaçons la portion d'information de pluie frontale (partie frontale).

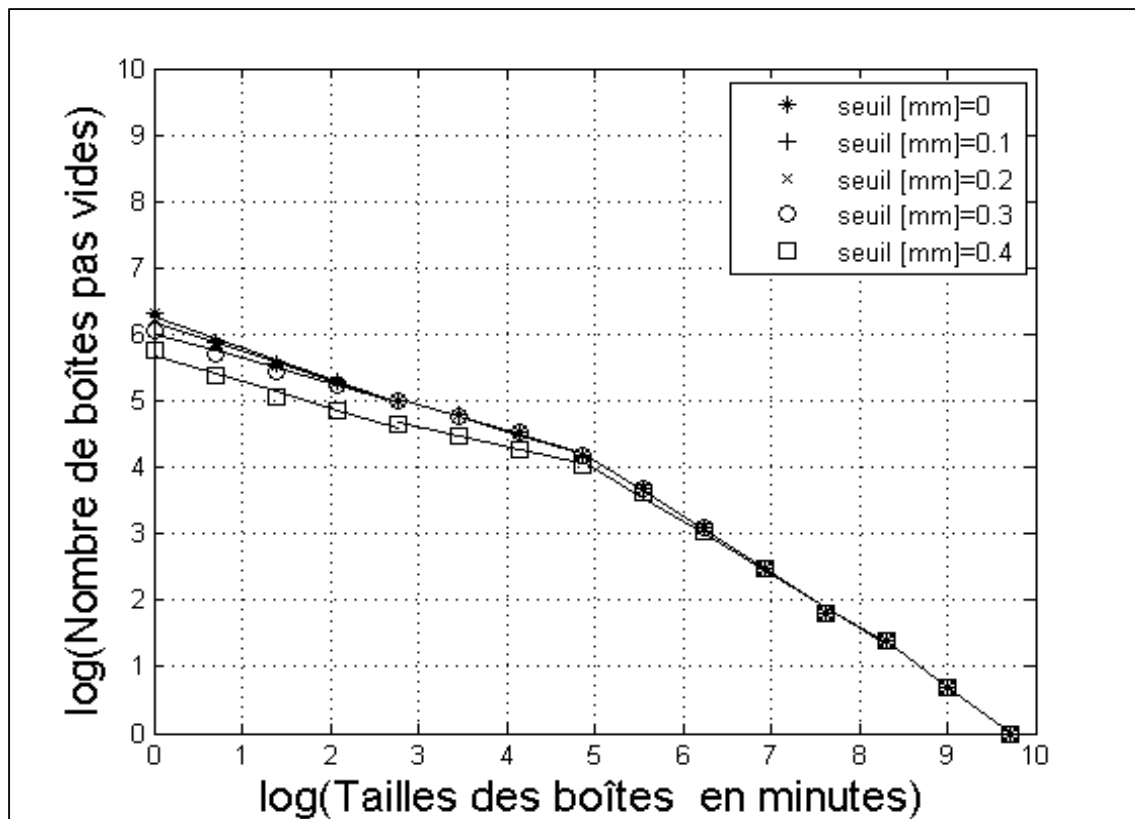


Figure 3 : *Comptage de boîtes de la série de pluie à la station de Noumane avec pour seuil d'intensité pris égal à 0 mm, 0.1 mm, 0.2 mm, 0.3 mm et 0.4 mm*

La **Figure 3** présente les résultats de comptage de boîtes pour les seuils 0, 0.1, 0.2, 0.3 mm et 0.4/30 min et révèle que les structures et les pentes obtenues sont identiques pour les seuils d'intensité de (0, 0.1, 0.2, 0.3 mm/30 min) et que la structure du support de pluie n'est pas modifiée par une augmentation de l'ordre de 0.4 du seuil de détection de pluie.

La **Figure 4** présente les résultats de comptage de boîtes pour les seuils 0, 0.5, 2.4 et 5/30 min et révèle qu'à partir du seuil supérieur ou égal à 0.5 mm/30 min la structure du champ de pluie change et nous obtenons la rupture à 2 heures au lieu de 8 heures comme précédemment trouvé lorsque le seuil est égal à zéro. Lorsque le seuil d'intensité de pluie est pris égal à 0.5 mm/30 min, la dimension fractale du régime correspondant du comptage de boîtes de 30 minutes à 2 heures (0.45) déterminée avec un coefficient de détermination de 0.9988 est plus grande que celle du régime de 2 heures à 8 heures (0.2878) déterminée avec un coefficient de détermination de 0.9979, mais elles sont toutes les deux plus petites que la dimension fractale relative au seuil d'intensité nulle (0.4647). La dimension fractale du régime correspondant du comptage de boîtes de 8 heures à 2 jours 16 heures (0.2969) déterminée avec un coefficient de détermination de 0.9916 est plus petite que la dimension fractale relative au seuil d'intensité nulle (0.3972). La dimension fractale du régime correspondant du comptage de boîtes de 2 jours 16 heures à 85 jours 8 heures (0.7919) déterminée avec un coefficient de détermination de 0.9952 est plus petite que la dimension fractale relative au seuil d'intensité nulle (0.8342). Pareillement pour les autres seuils plus grands, la dimension fractale des régimes observés décroît quand le seuil augmente (**Tableau 1**).

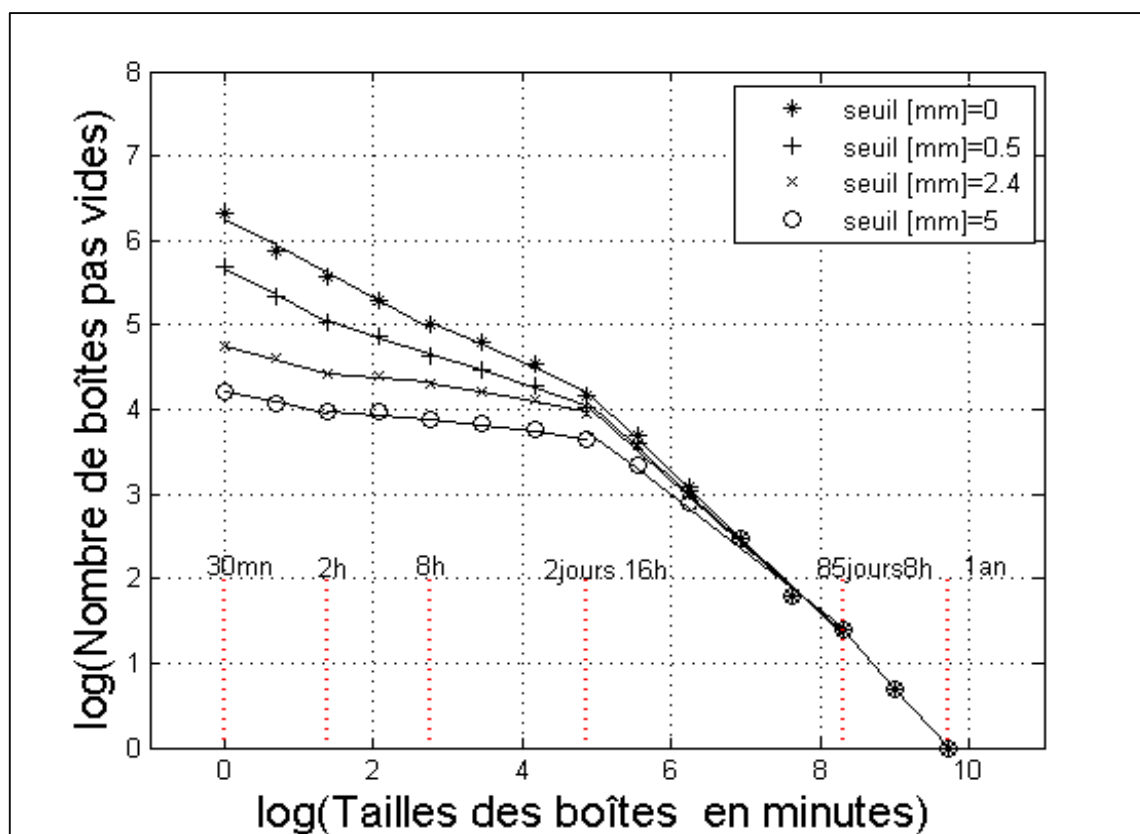


Figure 4 : Comptage de boîtes de la série de pluie à la station de Noumane avec pour seuil d'intensité pris égal à 0 mm, 0.5 mm, 2.4 mm et 5 mm

Tableau 1 : Dimensions fractales estimées pour les seuils 0, 0.5, 2.4 et 5/30min sur les séries de 30 minutes à la station de Noumane

	seuil (mm)	Dimension fractale	R ²
Régime de 30 min à 2h	0	0.4647	0.9873
	0.5	0.4593	0.9988
	2.4	0.2352	0.9932
	5	0.1798	0.9936
Régime : de 2h à 8h	0	-	-
	0.5	0.2878	0.9979
	2.4	0.0828	0.8282
	5	0.0715	0.75
Régime : de 8h à 2 jours 16h	0	0.3972	0.9848
	0.5	0.2969	0.9916
	2.4	0.1662	0.9823
	5	0.1108	0.9458
Régime : 2 jours 16h à 85 jours 8h	0	0.8342	0.9963
	0.5	0.7919	0.9952
	2.4	0.7713	0.9942
	5	0.6712	0.9875

Ce résultat a été déjà trouvé par plusieurs auteurs dans l'ordre comme ci-après [7, 20, 22, 28, 44, 35-38]. La rupture observée à 2 heures persiste pour les grands seuils avec une diminution de la dimension fractale, le résultat ainsi obtenu est concordant avec les travaux de [28] pour les séries de pluies de 5 minutes sur une période d'observation de 2.5 ans de quatre stations de la Tunisie dans un climat semi-aride. L'augmentation du seuil permettrait de filtrer la structure frontale afin de garder seulement les structures convectives. En effet, pendant qu'on considère les grands seuils d'intensité de pluie la structure des événements convectifs apparaît progressivement. Les structures convectives auraient présenté les propriétés d'invariance d'échelle entre 30 minutes et 2 heures.

3-3. Analyse de la distribution de probabilité : ordre critique des moments q_D

La **Figure 5** montre que la distribution de probabilité des précipitations de la station de Noumane au Nord-Bénin présente une chute hyperbolique caractéristique d'une divergence des moments comme montré par [23, 24, 38 - 44].

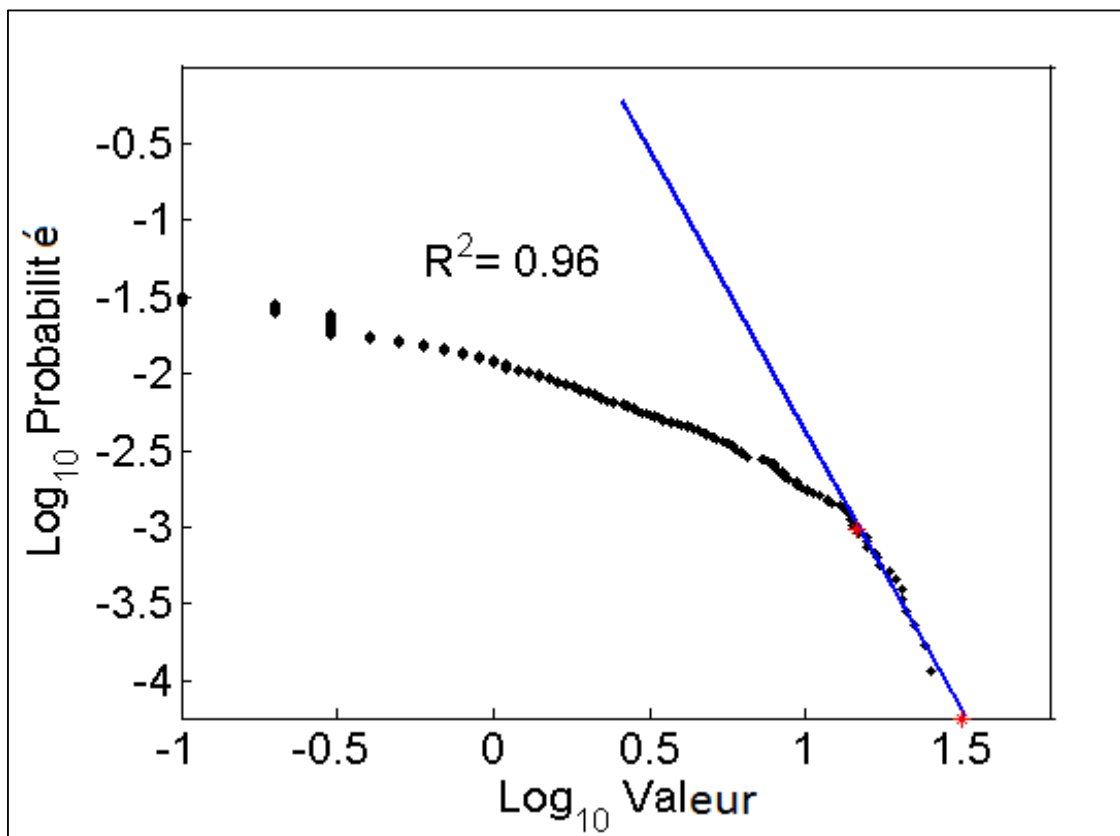


Figure 5 : *Distribution de probabilité à la station de Noumane*

Elle confirme les résultats déjà trouvés dans la littérature par beaucoup d'auteurs qui stipulent que: l'existence de queue de distribution en loi puissance décroissante dans des séries pluviométriques. La valeur de l'ordre critique des moments estimée q_D dans cette étude avec un coefficient de corrélation de 0.966 est égale à 3.3. Cette valeur de l'ordre critique des moments estimée est plus grande que 1 comme l'a montré [33] et corroboré par [43] pour les stations de la France. Dans la littérature, beaucoup d'auteurs ont déjà conclu sur l'existence de la queue de distribution en loi puissance décroissante dans des séries pluviométriques.

La plupart des auteurs [41, 46-49] ont estimé une valeur empirique de q_D se trouvant entre 3 et 4. La valeur de $q_D = 3.3$ que nous avons trouvée dans cette étude est sensiblement en accord avec celles empiriques estimées par ces auteurs. Cette valeur de q_D que nous avons trouvée n'est pas en accord avec ceux trouvés de [24] qui ont trouvé $q_D = 5.03 \pm 0.5$ pour la pluie de 30 minutes. La légère différence entre les valeurs de q_D trouvées par l'ajustement linéaire de la queue de distribution de probabilité et celles de la littérature pourrait être due à la sensibilité de q_D au nombre de point qui forment la queue. Les résultats obtenus pourraient dépendre des observations et ou du nombre de points qui sont considérés pour former cette queue.

3-4. Application de la méthode de Trace Moment

La **Figure 6** présente les moments statistiques d'ordre q en fonction du rapport d'échelle λ . Les lignes droites sur la **Figure 6** peuvent être ajustées pour l'ensemble des moments d'ordre q , montrant le comportement d'invariance d'échelle de 30 minutes à 2.7 jours, confirmant donc la gamme d'échelle trouvée par l'analyse mono-fractale. La **Figure 7** montre la fonction empirique de l'exposant $K(q)$ qui décrit l'invariance des moments de 30 minutes à 2.7 jours. La fonction est principalement convexe, significatif que la série temporelle de pluies étudiée est multifractale. Néanmoins, cette fonction exhibe un comportement linéaire compatible avec la divergence des moments attendus pour la valeur de $q > q_D$ précédemment trouvée dans l'analyse de la distribution de probabilité. Pour la station de Noumane les valeurs des paramètres de Lévy et codimension estimées par la méthode de Trace Moment (TM) sont respectivement $\alpha = 0.4211$ et $C_1 = 0.6164$. On remarque que la valeur de α estimée est plus petite que 1 donc le processus de pluies à Noumane selon le classement effectué par Lovejoy and Schertzer, 1990 à la appartient à la classe d'universalité qui correspond au processus log-Lévy avec des singularités de bords fort. On remarque que la valeur de C_1 vérifie ($0 < C_1 < 0.62$), ce qui signifie que la variabilité du processus n'est pas très localisée comme montré par [54]. La valeur du paramètre α trouvée est cohérente avec les intervalles] 0.4, 1.3 [et] 0.5, 0.89 [proposés respectivement par [50] et (**Tableau** publié dans [51]). La valeur du paramètre C_1 estimée dans cette étude appartient à l'intervalle] 0.05, 1 [proposé dans la littérature par [44-46, 52-53].

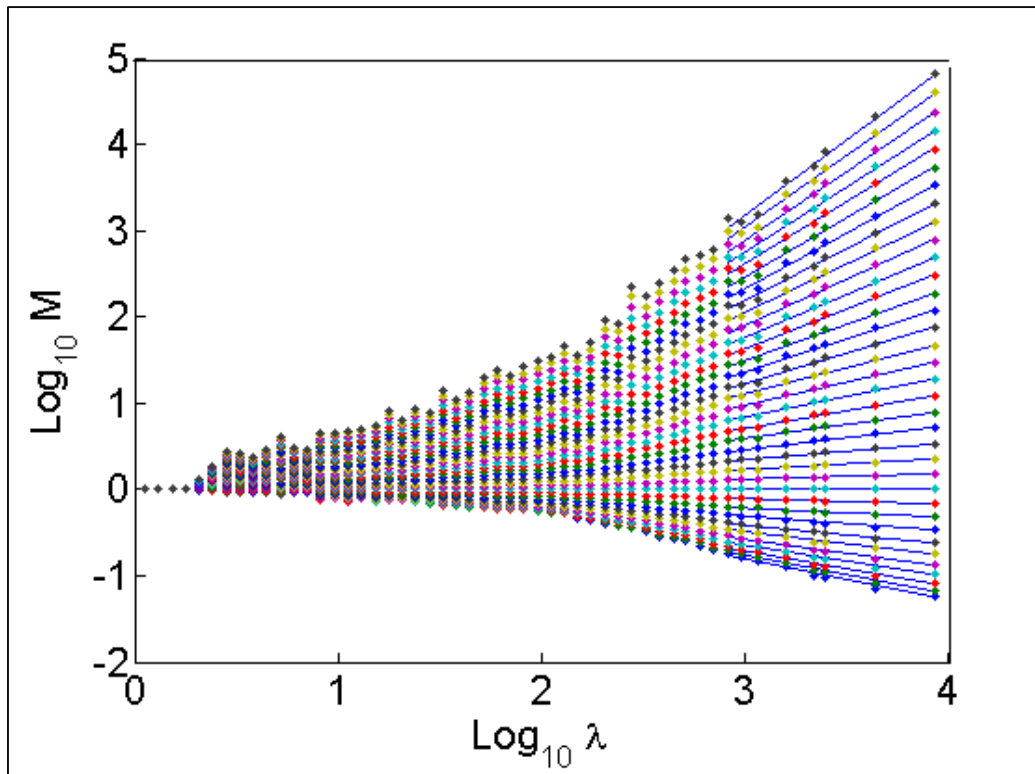


Figure 6 : Graphique log-log des moments statistiques d'ordre q (d'en bas en haut $q = 0.1$ à 3.5 avec un pas de 0.1) en fonction du rapport d'échelle λ

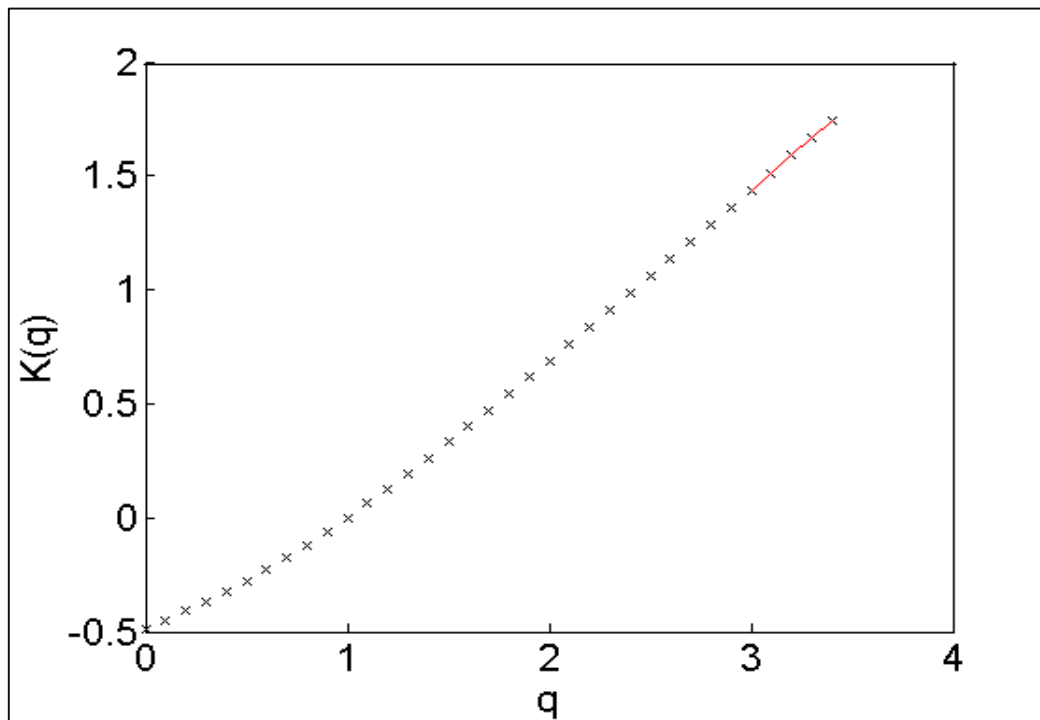


Figure 7 : Fonction empirique d'échelle des moments $K(q)$ en fonction de l'ordre des moments q

4. Conclusion

La méthode de comptage de boîtes d'une série pluviométrique de 30 minutes à la station de Noumane dans le nord-Bénin a lumineusement montré que le champ de pluie présente les propriétés d'échelles dans un cadre mono-fractal. Il y a quatre intervalles de temps où les propriétés d'invariance d'échelles ont été identifiées :

- le premier régime de dimension fractale 0.4647, est caractéristique de la micro-échelle; où la structure interne des évènements pluies concerne l'échelle de temps situé entre 30 minutes et 8 heures ;
- le deuxième régime de dimension fractale 0.3972 appelé transition situé entre 8 heures et 2 jours 16 heures et correspond aux structures des pluies à la méso-échelle ;
- le troisième régime de dimension fractale 0.8342 est situé entre 2 jours 16 heures et 85 jours 8 heures correspond à l'échelle synoptique ;
- le dernier de dimension fractale 1 est caractérisé par tout intervalle de temps \geq à 85 jours 8 heures, correspond à la saturation de l'espace disponible par la pluie.

L'analyse effectuée à différents seuils d'intensité de pluie sur la série de résolution 30 minutes a montré une rupture proche de 2 heures. La partie convective du processus apparaît progressivement quand le seuil d'intensité de pluie augmente. La caractéristique principale de la région d'étude concerne le démarrage de la période de saturation. Il en ressort que le processus pluie ne peut être complètement décrit par une seule dimension fractale, vu qu'il est possible de fixer une infinité de seuils conférant ainsi au champ étudié un caractère multifractal. L'analyse de la distribution de probabilité révèle que la distribution de probabilité des précipitations extrêmes de la station de Noumane au Nord-Bénin présente une chute hyperbolique caractéristique d'une divergence des moments. La valeur de $q_D = 3.3$ que nous avons trouvée dans cette étude est sensiblement en accord avec celles empiriques estimées dans la littérature. La fonction empirique de l'exposant $K(q)$ qui décrit l'invariance des moments de 30 minutes à 2.7 jours. La fonction est principalement convexe, significatif que la série temporelle de pluies étudiée est multifractale. Néanmoins, cette fonction exhibe un comportement linéaire compatible avec la divergence des moments attendus pour la valeur de $q > q_D$. Les valeurs des paramètres α et C_1 obtenue par la méthode de Trace moment révèle d'une part que le processus de pluie à Noumane au Nord-Bénin appartient à la classe d'universalité qui correspond au processus log-Lévy avec des singularités de bords fort et d'autre part que la variabilité du processus n'est pas très localisée.

Remerciements

Les auteurs de cette étude remercient sincèrement les responsables du projet AMMA (Analyses Multidisciplinaires de la Mousson Africaine) pour nous avoir fourni ces données qui ont servi à la réalisation de ce travail.

Références

- [1] - B. MANDELBROT, Les objets fractals, forme, hasard et dimensions. Paris : Flammarion, (1975).
- [2] - B. MANDELBROT, The Fractal Geometry of Nature. 1. San Francisco : W. H. Freeman. (1982).
- [3] - S. LOVEJOY, Analysis of rain areas in terms of fractals. Proc. 20th Conf. On Radar Meteorology, Am.Met. Soc., Boston, USA, (1981), 476-484.

- [4] - S. LOVEJOY, The area-perimeter relations for rain and cloud areas. *Science*, 216, (1982), 185 - 187.
- [5] - J. OLSSON, J. NIEMCZYNOWICZ, R. BERNDTSSON & M. LARSON, An analysis of the rainfall time structure by box counting-some practical implications. *Journal of Hydrology*, 137, (1992) 261-277.
- [6] - J. OLSSON, J. NIEMCZYNOWICZ, and R. BERNDTSSON, Fractal Analysis of High-Resolution Rainfall Time Series. *Journal of Geophysical Research* 98, n° D12, (1993), 23265-23274.
- [7] - A. C. BIAOU, De la méso-échelle à la micro-échelle: désagrégation spatio-temporelle multifractale des précipitations. Thèse de doctorat, Ecole des mines de Paris, (2004).
- [8] - H GHANMI, Estimation des courbes IDAF de la région de Tunis dans un contexte multifractal. Thèse de doctorat, École doctorale des Sciences de l'environnement d'Ile-de-France (ED 129) et École Doctorale Sciences et techniques de l'ingénieur (Tunis), (2014).
- [9] - P. BURLANDO, and R. ROSSO, Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency. *Journal of hydrology* 187, (1996), 45-64.
- [10] - H. BENDJOUDI, P. HUBERT P., D. SCHERTZER, S. LOVEJOYS, Interprétation multifractale des courbes intensité-durée-fréquence des précipitations. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science*. Paris, (1997), 323-326.
- [11] - M. MENABDE, A. SEED, and G. PEGRAM, A simple scaling model for extreme rainfall. *Water Resources Research* 35, (1999), 335-339.
- [12] - C. De MICHELE, N.T. KOTTEGODA, R. ROSSO, IDAF (intensity-duration-area frequency) curves of extreme storm rainfall: a scaling approach. *Water Science and Technology* 45, n° 2, (2002) 83-90.
- [13] - P. S. YU., T. C. YANG, C. S. LINA, Regional rainfall intensity formulas based on scaling property of rainfall. *Journal of Hydrology* 295, n° 1-4, (2004), 108-123.
- [14] - A. LANGOUSIS, D. VENEZIANO, Intensity-Duration-Frequency Curves from Scaling Representations of Rainfall. *Water Resources Research* 43, no. 2, (2007).
- [15] - M. BARA, S. KOHNOVA, L. GAAL, J. SZOLGAY and K. HLAVCOVA, Estimation of IDF curves of extreme rainfall by simple scaling in Slovakia. *Contributions to Geophysics and Geodesy* 39/3, (2009), 187-206.
- [16] - D. CERESSETI, Structure spatio-temporelle des fortes précipitations: application à la région Cévennes Vivarais. Thèse de doctorat, Grenoble: Université de Grenoble, (2011).
- [17] - F. C. BELL, Generalized rainfall-duration-frequency relationships. *Journal of Hydraulics Engineering* 95, n° 1, (1969) 311-327.
- [18] - A. E. LAWIN, Analyse climatologique et statistique du régime pluviométrique de la haute vallée de l'Ouémé à partir des données pluviographiques AMMA-CATCH Bénin, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [19] - H. G. E. HENTSCHEL, I. PROCACCIA, The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 8(3), (1983), 435-444.
- [20] - S. LOVEJOY, D. SCHERTZER et A. A. TSONIS, Functional box-counting and multiple elliptical dimensions of rain. *Science* 235, n° 4792, (1987), 1036-1038.
- [21] - J. P. CARBONNEL, P. HUBERT, Caractérisation fractale de la variabilité et de l'anisotropie des précipitations tropicales. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 2, 1988, 909-914.
- [22] - P. HUBERT et J. P. CARBONNEL, Dimensions fractales de l'occurrence de pluie en climat soudano-sahélien. *Hydrologie Continentale* 4, n° 1, (1989), 3-10.
- [23] - P. HUBERT, I. TCHIGUIRINSKAIA, H. BENDJOUDI, D. SCHERTZER, et S. LOVEJOY, Multifractal Modeling of the Blavet River Discharges at Guerledan. *Proc. Third Celtic Hydrology Colloquium*, 10-12 July, Galway, Ireland : National University of Ireland, Galway, (2002).
- [24] - D. LABAT, A. MANGIN, A. ABABOU, Rainfall-runoff relations for Karstic springs: multifractal analyses. *Journal of Hydrology* 256, (2002), 176-195.

- [25] - I. TCHIGUIRINSKAIA, D. SCHERTZER, P. HUBERT, H. BENDJOUDI, and S. LOVEJOY, Potential of multifractal modelling of ungauged basins. In: D. Schertzer (Editor), PUB Kick-Off Meeting. IAHS Press, Wallingford, UK. (2007).
- [26] - R. F. S. ANDRADE, H. J. SCHELLNHUBER, and M. CLAUSSEN, Analysis of rainfall record: possible relation to self-organized criticality. *Phys A* 254, (1998), 557-568.
- [27] - K. CHAOUCHE, Approche multifractale de la modélisation stochastique en hydrologie. PhD Thesis, ENGREF, Paris, 100 pp (2001).
- [28] - H. GHANMI, C. MALLET, S. VERRIER, L. BARTHES, and Z. BARGAOUI, Study of rainfall intensities for micro-scales in a semi-arid zone (Tunis) by FIF model. In: 3rd STAHY International Workshop on Statistical Methods for Hydrology and Water Resources Management, Tunis, Tunisia, (2012).
- [29] - P. HUBERT, J.P CARBONNEL, Caractérisation fractale de la variabilité et de l'anisotropie des précipitations intertropicales. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 2(307), (1988), 909-914.
- [30] - J. LAVERGNAT, P. GOLE, A Stochastic Raindrop Time Distribution Model, *Journal of Applied Meteorology* 37, (1998), 805-818.
- [31] - F. SCHMITT, S. VANNITSEM, A. BARBOS, Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *Journal of Geophysical Research* 103, (1998) 23181-23193.
- [32] - D. VENEZIANO, P. FURCOLO, Multifractality of rainfall and scaling of intensity-duration-frequency curves. *Water resources research* 38, (2002).
- [33] - S. VERRIER, Modélisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations à la sub-mésoéchelle par une approche multifractale. Thèse de l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, Paris. (2011).
- [34] - M. I. P de LIMA, and J. L. M. P. de LIMA, Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago, *Nonlinear Processes in Geophysics*, (2009), 299-311.
- [35] - D. SCHERTZER, S. LOVEJOY, The dimension and intermittency of atmospheric dynamics, *Turbulent Shear flow*, B. Launder ed., Springer. 4, (1985b), 7-33.
- [36] - T. C. HASLEY, M. H. JESSEN, L. P. KADANOFF, I. PROCACCIA, and B. I. SHRAIMAN, Fractal measures and their singularities : The characterization of strange sets, *Phys. Rev. A* 33, (1986), 1141.
- [37] - P. HUBERT, Y. TESSIER, S. LOVEJOY, D. SCHERTZER, F. SCHMITT, P. LADOY, J. P. CARBONNEL, S. VIOLETTE et I. DESURUOSNE, Multifractals and extreme rainfall events. *Geophysical Research Letters* 20, (1993), 931-934.
- [38] - J. MACOR, Développement de Technique de Prévision de Pluie Basées sur les Propriétés Multi-échelles des Données Radar et Satellites. Thèse de Doctorat: École Nationale des ponts et chaussées, (2007).
- [39] - A. LAZAREV, D. SCHERTZER, S. LOVEJOY, et Y. CHIGIRINSKAIA, Unified multifractal atmospheric dynamics tested in the tropics, part II: Vertical. Scaling and Generalized Scale Invariance. *Nonlinear processes in Geophysics* 1(2/3), (1994), 115-123.
- [40] - F. SCHMITT, D. SCHERTZER, S. LOVEJOY et Y. BRUNET. Empirical study of multifractal phase transitions in atmospheric turbulence. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 1(2/3), (1994), 95-104.
- [41] - Y. TESSIER, S. LOVEJOY, P. HUBERT, D. SCHERTZER et S. PECKNOLD, Multifractal analysis and modelling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research*, 101, (1996), 26427-26440.
- [42] - G. PANDEY, S. LOVEJOY et D. SCHERTZER, Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basin of five to two million square kilometres, one day to 75 years, I. *Journal of Hydrology* 208, (1998), 62-81.
- [43] - T. HOANG, Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource en eau et une meilleure évaluation des risques, PhD Thesis., Univ. Paris Est, Marne-la-Vallée, (2011).

- [44] - M. I. P de LIMA et J. GRASMAN, Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *Journal of Hydrology* 220, (1999), 1-11.
- [45] - P. HUBERT, I. TCHIGUIRINSKAIA, H. BENDJOUDI, D. SCHERTZER, et S. LOVEJOY, S., Multifractal modeling of the Blavet river discharges at Guerledan. *Third Celtic Hydrology Colloquium, Pay-de-Galle, Irlande, 2002b*, 47-58.
- [46] - P. LADOY, F. SCHMITT, D. SCHERTZER et S. LOVEJOY, Variabilité temporelle des observations pluviométriques à Nîmes. *Comptes rendus académie des sciences t. 317, n° 2, (1993), 775-782*
- [47] - K. FRAEDRICH et C. LARDNER, Scaling regimes of composite rainfall time series. *Tellus A, n° 45, (1993), 289-298.*
- [48] - G. KIELY, K. IVANOVA, Multifractal analysis of hourly precipitation. *Physics and Chemistry of the Earth, Part B : Hydrology, Oceans and Atmosphere, 24(7) (1999) 781-786.*
- [49] - D. SCHERTZER, I. TCHIGUIRINSKAIA, S. LOVEJOY, and P. HUBERT, No monsters, no miracles: in nonlinear sciences hydrology is not an outlier! *Hydrological Sciences Journal- Journal Des Sciences Hydrologiques, 55(6), (2010), 965-979.*
- [50] - A. PATHIRANA, S. HERATH et T. YAMADA, Estimating rainfall distributions at high temporal resolutions using a multifractal model. *Hydrology and Earth System Sciences, (2003), 668-679.*
- [51] - M. LILLEY, S. LOVEJOY, N. DESAULNIERS-SOUCY, et D. SCHERTZER, Multifractal large number of drops limit in rain. *Journal of Hydrology, 328(1-2), (2006), 20-37.*
- [52] - D. SCHERTZER et S. LOVEJOY, Nonlinear variability in geophysics: multifractal analysis and simulations. In *Fractals: Their physical origins and properties. Édité par Pietronero. New York: Plenum Press, (1989).*
- [53] D. HARRIS, M. MENABDE, A. SEED, and G. AUSTIN, Multifractal characterization of rain fields with a strong orographic influence. *J. Geophys. Res., 101 (1996) 26405-26414.*
- [54] - L. de MONTERA, L. BARTHESE, C. MALLET The effect of rain-no rain intermittency on the estimation of the universal multifractal model parameters. *J Hydrometeorology 10, (2009), 493-506.*